

MATEMÁTICAS.
TERCERO Y CUARTO DE ESO
GUÍA DIDÁCTICA

© Tibidabo Ediciones S.A.

Muntaner 479, 4ª planta. 08021 Barcelona

www.tibidaboediciones.com

Primera edición: Julio de 2007

Maquetación:

Ninguna parte de esta obra puede reproducirse total o parcialmente, por ningún procedimiento mecánico, electrónico, fotocopiativo o grabado sin consentimiento escrito del editor, que cuenta con el © del Grupo EDEBÉ.

Impreso en:

ISBN: 978-84-8033-486-0

Depósito legal: B.35127-2007

TERCERO DE ESO

UNIDAD 1: Números racionales e irracionales: los reales

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Reconocer fracciones equivalentes y calcular fracciones irreducibles.
Representar y ordenar números racionales, irracionales y reales.
Aplicar correctamente los algoritmos de cálculo con números racionales, así como la prioridad de operaciones y el uso de los paréntesis.
Expresar en forma de intervalo un segmento de la recta real y viceversa.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Tecnología; Ciencias de la Naturaleza; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

Presentar las fracciones negativas, introducir el concepto de número racional y explicar la relación entre números racionales y decimales.

- Reconocer las fracciones equivalentes y aprender a determinar si lo son dos fracciones cualesquiera.
- Distinguir el concepto de número racional y observar cómo representarlos y ordenarlos.
- Identificar la relación entre números racionales y números decimales y observar los pasos para calcular la expresión decimal de un número natural y viceversa.

DE LOS RACIONALES A LOS REALES: LOS IRRACIONALES.

Presentar los números irracionales y completar con ellos el conjunto de los números reales.

- Examinar la plausibilidad y, posteriormente, la demostración de que existen números cuya expresión decimal es ilimitada no periódica, los números irracionales.
- Reunir todos los números conocidos en un conjunto, los reales, y recordar cómo se ordenan.
- Reconocer los diferentes tipos de intervalos.

Orientaciones didácticas

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

Antes de abordar el trabajo con fracciones de signo negativo, es conveniente repasar el concepto y las operaciones con fracciones positivas. Puesto que los alumnos ya deben conocer los algoritmos de las operaciones con fracciones, se trata de justificar el algoritmo a partir de una situación concreta más que de adquirir la mecánica. Ello no descarta la realización de ejercicios para que los alumnos y alumnas adquieran práctica.

Para extender el uso de las fracciones positivas a fracciones con signo (positivas o negativas) y del mismo modo que se hizo con los números enteros, es conveniente que los alumnos aprecien la necesidad del uso de dichas fracciones negativas. Para introducirlas, puede partirse de situaciones donde aparezcan números enteros negativos: temperaturas, cronologías, observaciones de la naturaleza (alturas sobre el nivel del mar, curvas de nivel, localización, etc.) planisferio...

Es necesario que los alumnos entiendan que las calculadoras y ordenadores trabajan, mayoritariamente, con números decimales y no con números racionales. Por tanto, los números decimales serán aproximaciones, por redondeo o por truncamiento, de los números decimales exactos demasiado largos y de los números decimales periódicos, tanto puros como mixtos.

DE LOS RACIONALES A LOS REALES: LOS IRRACIONALES

Antes de iniciar los contenidos propios de la unidad, puede ser conveniente revisar la relación entre los números decimales y los números racionales, haciendo hincapié en que todos los números decimales que pueden expresarse mediante un número racional son limitados o ilimitados pero periódicos. Así, puede pedirse el cálculo de la fracción generatriz de diversos números decimales (limitados, periódicos puros y periódicos mixtos) y la determinación de los números decimales correspondientes a diversos números racionales.

Debe quedar claro que no es posible expresar un número irracional con todas sus cifras, por lo que tendremos que simbolizarlo, o bien, aproximarlos. Así:

$$\pi \approx 3,14 \approx 3,142 \approx 3,1416 \approx 3,14159 \approx \dots$$

$$\sqrt{2} \approx 1,414213562$$

El profesor/a puede recordar el redondeo y el truncamiento de números decimales aplicándolo a los números irracionales. El alumno/a observará, en este caso, que se trata de una necesidad derivada del hecho de que los números irracionales tienen infinitas cifras decimales no periódicas. Ésta es la razón por la que no podemos escribir todas las cifras decimales ni tampoco simbolizarlas mediante un período.

Una cuestión que puede plantearse después de demostrar la irracionalidad de $\sqrt{2}$ es la diferencia entre los argumentos de plausibilidad y las demostraciones. Así, el hecho de calcular muchos e incluso muchísimos decimales de $\sqrt{2}$ permite elaborar la hipótesis de que $\sqrt{2}$ es irracional, e incluso pensar que este hecho es plausible, pero que no se puede asegurar. En cambio, la demostración nos permite afirmarlo sin dudas.

UNIDAD 2: Polinomios y ecuaciones

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Conocer la nomenclatura propia del lenguaje algebraico.
Reconocer los polinomios y realizar algunas operaciones con ellos.
Efectuar las transformaciones necesarias de expresiones algebraicas para resolver ecuaciones de primer grado.
Resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado.

Tiempo aproximado: 3 semanas.

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Lengua Castellana y Literatura; Ciencias Sociales; Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

EXPRESIONES POLINÓMICAS

Introducir el concepto de polinomio y presentar las estrategias para operar con ellos.

- Analizar la definición de monomio y examinar el cuadro en el que se exponen sus operaciones.
- Analizar la definición de polinomio y examinar el cuadro en el que se exponen sus operaciones.

ECUACIONES

Introducir el concepto de ecuación de primer grado con una y dos incógnitas y los métodos para resolverlas.

- Analizar los pasos que se utilizan en los métodos de resolución de ecuaciones y aplicarlos correctamente.

Orientaciones didácticas

EXPRESIONES POLINÓMICAS

Para introducir los conceptos de monomio y de polinomio puede recurrirse a situaciones extraídas de las ciencias físicas en donde éstos aparecen. A modo de ejemplo, puede presentarse la expresión del espacio recorrido por un móvil en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado con velocidad inicial nula y con velocidad inicial v_0 :

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Del mismo modo, antes de iniciar las operaciones con monomios y con polinomios, el alumno/a debe saber aplicar correctamente las propiedades de la suma, multiplicación y potenciación estudiadas en los números racionales, así como las normas de prioridad que deben usarse en las operaciones combinadas.

ECUACIONES

Puesto que las ecuaciones de primer grado con una incógnita aparecen en muchas actividades matemáticas, debe valorarse el aprendizaje de las reglas para resolver estas ecuaciones como de suma importancia. Uno de los pasos en la resolución de ecuaciones de primer grado es la transposición de términos. El alumno/a no sólo debe adquirir la mecánica (llevar los términos al otro lado y cambiar de signo) sino que es importante que entienda el porqué de esta regla.

En este sentido, resulta útil el empleo de métodos informales como el del razonamiento inverso. Después de dedicar cierto tiempo a la resolución de ecuaciones por procedimientos informales, debe darse el salto al método general de resolución.

Aunque en la elaboración de las tablas de soluciones para ecuaciones de primer grado con dos incógnitas es habitual tomar valores enteros, debe resaltarse que las soluciones no son sólo pares de números enteros.

UNIDAD 3: Sistemas: ecuaciones de segundo grado

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Resolver, gráfica y algebraicamente, sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
Resolver algebraicamente ecuaciones de segundo grado.
Resolver problemas mediante el planteamiento de sistemas y ecuaciones de segundo grado.

Tiempo aproximado: 3 semanas.

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza (Física y Química); Lengua Castellana y Literatura; Ciencias Sociales, Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

SISTEMAS DE ECUACIONES

Introducir los sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, mostrar los procedimientos para resolverlos gráfica y algebraicamente y clasificar los sistemas según el número de soluciones.

- Observar la necesidad de plantear dos ecuaciones de primer grado con una incógnita que deben verificarse simultáneamente.

- Analizar el método gráfico de resolución.

- Observar, para cada uno de los métodos algebraicos, los pasos que se utilizan en la resolución de un sistema.
- Identificar los tres tipos de sistemas según el número de soluciones que presentan.

Orientaciones didácticas

SISTEMAS DE ECUACIONES

Una vez estudiadas las propiedades de las ecuaciones y la resolución de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, ya puede abordarse el estudio de los sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Para introducir el concepto de sistemas de ecuaciones, se parte de un enunciado que se traduce en dos ecuaciones. Conviene remarcar que ambas ecuaciones expresan dos condiciones que deben verificarse simultáneamente y evitar la tendencia por parte del alumno/a a considerar los sistemas como ecuaciones sin relación entre sí.

Debe diferenciarse claramente el concepto de solución de cada una de las ecuaciones y el concepto de solución del sistema de ecuaciones. También es importante que se comprueben las soluciones en todos los casos y, por tanto, la adquisición de este hábito por parte del alumnado.

Antes de iniciar el estudio de los métodos algebraicos de resolución de sistemas, el alumno/a debe reparar en que el método gráfico es poco preciso en caso de que las soluciones no sean números enteros. Debe recalcar que el método elegido para resolver un sistema es, en principio, indiferente, puesto que las soluciones no dependerán del método elegido para resolverlo. Sin embargo, según sean dichas ecuaciones, la elección de un método determinado puede simplificar el trabajo.

Los sistemas compatibles indeterminados e incompatibles se estudian inicialmente a partir de su solución gráfica. Por eso conviene relacionar también la resolución algebraica de sistemas de ecuaciones con los sistemas de este tipo. Así, debe plantearse la resolución de sistemas compatibles indeterminados e incompatibles y no limitarse a resolver sistemas compatibles determinados.

UNIDAD 4: Sucesiones y progresiones

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Reconocer sucesiones.
Identificar progresiones aritméticas.
Identificar progresiones geométricas

Tiempo aproximado: 3 semanas.

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

SUCESIONES

Introducir el concepto de correspondencia con los números naturales para, seguidamente, definir sucesiones numéricas y término general de una sucesión.

- Observar cómo los conjuntos ordenados de números que se corresponden con los números naturales representan sucesiones.
- Observar cómo se representan los términos de una sucesión y, por consiguiente, una sucesión.
- Observar cómo se puede obtener el término general de una sucesión.

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Definir el concepto de progresión aritmética y desarrollar alguna de sus propiedades.

- Observar el razonamiento para deducir la expresión del término general de una progresión aritmética.
- Seguir el procedimiento para obtener la expresión de la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética.
- Seguir el procedimiento para obtener la expresión para interpolar términos aritméticos.

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Definir el concepto de progresión geométrica y desarrollar alguna de sus propiedades.

- Observar el razonamiento para deducir la expresión del término general de una progresión geométrica.
- Seguir el procedimiento para obtener la expresión de la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica y el de la expresión de la suma ilimitada de una progresión geométrica decreciente.
- Seguir el procedimiento para obtener la expresión del producto de los n primeros términos de una progresión geométrica.
- Seguir el procedimiento para obtener la expresión para interpolar términos geométricos.

Orientaciones didácticas

SUCESIONES

Una vez reconocidas las sucesiones, es frecuente confundir el lugar que ocupa cada uno de los términos con el valor que tienen. Por ello es conveniente hacer observar el orden que se establece en una sucesión. En este sentido, pueden presentarse situaciones como las descritas a continuación y proponer que las continúen.

- La numeración de los portales en uno de los lados de una calle, por ejemplo, el de los pares:

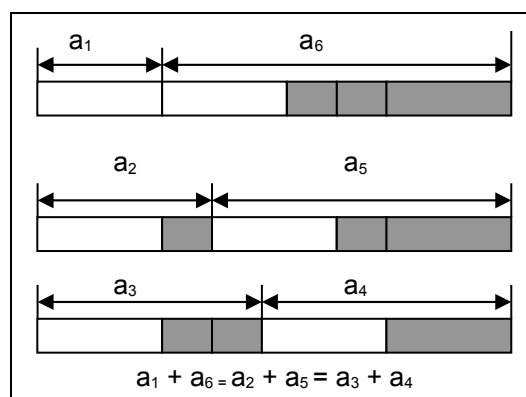
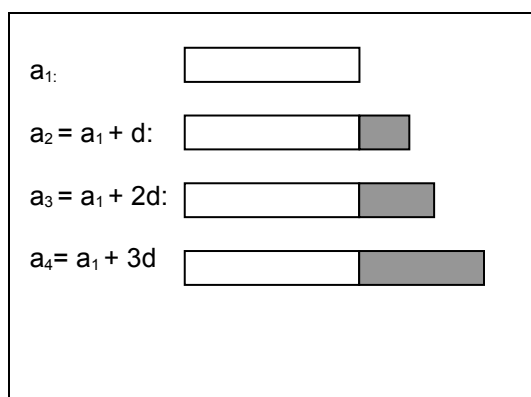
1º portal $\Rightarrow$ nº 2	2º portal $\Rightarrow$ nº 4	3º portal $\Rightarrow$ nº 6	
$a_1 = 2$	$a_2 = 4$	$a_3 = 6$	

- Las amebas se reproducen dividiéndose en dos células hijas a intervalos regulares de tiempo:

$t_1 = 1$ ameba	$t_2 = 2$ amebas	$t_3 = 4$ amebas	
$a_1 = 1$	$a_2 = 2$	$a_3 = 4$	

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Una manera sencilla de introducir las progresiones aritméticas consiste en dar una interpretación gráfica mediante segmentos. Esta representación es especialmente útil para mostrar al alumno/a propiedades de una progresión aritmética, como su ley de formación o la propiedad de la suma de términos equidistantes.



Cabe insistir en la importancia de que aprendan a obtener las expresiones del término general y de la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética, así como de la interpolación de términos aritméticos, con el fin de desarrollar su capacidad de razonamiento y de deducción.

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

El alumno/a debe saber distinguir entre progresiones aritméticas y geométricas. Para ello pueden proponerse actividades en las que deban diferenciarlas, como, por ejemplo, dibujar un segmento de 5 cm. y llevar a cabo las siguientes actividades:

- Construir una sucesión de segmentos a partir del dibujado en la que cada nuevo segmento que se dibuje tenga 2 cm. más que el anterior. ¿Qué clase de progresión forman estos segmentos?
- Construir una sucesión de segmentos a partir del dibujado en la que cada nuevo segmento que se dibuje tenga una longitud doble que el anterior. ¿Qué clase de progresión forman estos segmentos?

Cabe insistir en la importancia de que aprendan a obtener las expresiones del término general, de la suma de los n primeros términos y del producto de los n primeros términos de una progresión geométrica; así como de la suma ilimitada de una progresión geométrica decreciente y de la interpolación de términos geométricos, con el fin de desarrollar su capacidad de razonamiento y deducción.

Dada la cantidad de fórmulas que deberán conocer, es conveniente que aprendan a disponerlas en forma de tabla a modo de resumen y a saber aplicarlas de manera memorística en la resolución de problemas.

UNIDAD 5: Figuras planas.

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Dibujar con regla y compás un polígono regular
Conocer e interpretar correctamente los enunciados de los tres teoremas fundamentales sobre triángulos: de la altura, del cateto y de Pitágoras.
Utilizar diferentes métodos para calcular áreas de figuras planas y obtener una aproximación cuando el área no pueda ser determinada con exactitud.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Tecnología; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

POLÍGONOS

Recordar el concepto de polígono, así como sus propiedades, y explicar el método para la construcción de un polígono regular.

- Recordar cómo se calculan el número de diagonales de un polígono y la suma de sus ángulos.
- Leer el procedimiento para la construcción de un polígono regular.

TRIÁNGULOS

Introducir las clasificaciones de triángulos, así como sus rectas notables, y explicar los tres teoremas de triángulos rectángulos.

- Leer los enunciados de los tres teoremas fundamentales sobre triángulos rectángulos: de la altura, del cateto y de Pitágoras.
- Seguir el proceso indicado para la construcción gráfica del segmento media proporcional entre dos segmentos de longitudes dadas aplicando el teorema de la altura y el del cateto.

Orientaciones didácticas

POLÍGONOS

Es conveniente que los alumnos y alumnas distingan correctamente los elementos de un polígono regular, ya que esto se utiliza posteriormente, como, por ejemplo, en el cálculo de áreas.

También sería adecuado que el alumnado conociera las siguientes clasificaciones de los polígonos:

- Según el número de sus lados: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos...
- Según sus ángulos: convexos y cóncavos.
- Según sus ángulos y lados: regulares e irregulares.

Antes de abordar la construcción de polígonos regulares, los alumnos pueden repasar el teorema de Tales y aplicarlo para obtener la división de un segmento en varias partes iguales.

TRIÁNGULOS

Antes de abordar este apartado es conveniente repasar los criterios de semejanza de triángulos. Una vez que los alumnos y alumnas tengan claros dichos criterios, deberán convencerse de que los tres triángulos que se emplean en las demostraciones de los teoremas de la altura y del cateto son semejantes.

Para resolver problemas en los que se precise el uso de los teoremas sobre triángulos rectángulos, se debe tener muy claro qué datos se tienen y qué es lo que se busca. Una vez identificados los datos y la incógnita, sólo queda aplicar una fórmula en la que el dato buscado aparezca como única incógnita.

UNIDAD 6: Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Calcular áreas de cuerpos geométricos
Calcular volúmenes de cuerpos geométricos
Estimar el volumen de aquellos cuerpos geométricos en los que no sea posible determinarlo exactamente

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Educación Plástica y Visual; Ciencias de la Naturaleza; Tecnología; Ciencias Sociales; Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Presentar los poliedros, los cuerpos de revolución y el teorema de Pitágoras en el espacio.

- Identificar los cuerpos geométricos y sus principales elementos.
- Darse cuenta de la utilidad del teorema de Pitágoras para determinar los elementos de los diferentes cuerpos geométricos.

Orientaciones didácticas

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Parece conveniente iniciar el estudio de los cuerpos geométricos construyendo diferentes ejemplos a partir de sus desarrollos planos. De esta manera se podrán, posteriormente, clasificar y determinar sus elementos. Además, en apartados posteriores, podrán tomarse sus medidas y calcular sus áreas y volúmenes.

Para introducir la idea de poliedro regular, el profesor/a puede utilizar el concepto de polígono regular. Así, como un polígono regular tiene los lados y los ángulos iguales, un poliedro regular debe tener las caras iguales y regulares y los ángulos poliedros iguales.

UNIDAD 7: Transformaciones en el plano

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Aplicar las transformaciones isométricas o movimientos a figuras planas
Componer los diferentes movimientos del plano para generar frisos y mosaicos
Aplicar transformaciones isomórficas a figuras planas

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Tecnología; Educación Plástica y Visual; Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS O MOVIMIENTOS

Introducir los conceptos de transformación geométrica, vector y sentido de una figura plana, para seguidamente definir las transformaciones isométricas.

- Observar y reproducir los pasos para trasladar una figura plana.
- Observar y reproducir los pasos para obtener la figura simétrica de una dada.
- Observar y reproducir los pasos para girar una figura plana.

Orientaciones didácticas

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS O MOVIMIENTOS

Si consideramos un sólido rígido o indeformable, los únicos cambios que la intuición reconoce son cambios de posición, es decir, *movimientos*. Ciertamente es que un movimiento, en sentido físico, necesita tiempo y supone una sucesión de posiciones; pero en geometría al tratar los movimientos no se consideran ni el tiempo ni las posiciones intermedias, únicamente la posición inicial y la posición final.

Por ello, algunos alumnos tienen dificultades para asimilar el concepto de movimiento en geometría, sobre todo en el caso de las simetrías. Para superarlas, es especialmente útil el uso de figuras planas recortadas en cartulina. En este sentido, este tipo de material manipulativo permite visualizar los *momentos intermedios* del proceso de transformación, insistiendo en el hecho de que en geometría no se consideran.

Así, el profesor/a podría proponer actividades en las que, por grupos, los alumnos u alumnas podrían compartir sus experiencias al efectuar movimientos en el plano, con diversas figuras recortadas.

Adicionalmente, es recomendable que el profesor/a informe de que las simetrías axiales también reciben el nombre de *reflexiones* y que les sugiera experimentos sencillos con espejos.

Este tipo de experiencias permiten comprender más fácilmente algunas propiedades de las simetrías axiales, por ejemplo, que la *transformación inversa* de una reflexión es ella misma. Y a partir de aquí, si el profesor/a lo considera conveniente, introducir ya el concepto de transformación inversa.

UNIDAD 8: Funciones y gráficas

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Entender el concepto de función como relación de dependencia entre dos variables y utilizar correctamente el vocabulario asociado a dicho concepto: dominio, recorrido, imagen...

Representar la gráfica de una función

Obtener información de gráficas funcionales, analizando algunos de sus aspectos, como puntos máximos y mínimos, crecimiento, decrecimiento...

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

FUNCIONES

Introducir el concepto de función y el vocabulario asociado a dicho concepto.

- Leer los conceptos asociados al concepto de función: imagen, antiimagen, dominio, recorrido, expresión algebraica...
- Seguir los pasos que se indican para hallar analíticamente imágenes y antiimágenes.

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Explicar el procedimiento para elaborar la gráfica de una función.

- Leer los pasos para representar en unos ejes de coordenadas una función sencilla y ver que este proceso se puede generalizar para obtener la representación gráfica de una función cualquiera.
- Observar en un ejemplo los pasos para representar una función definida a trozos.
- Seguir los pasos que se indican para hallar gráficamente imágenes y antiimágenes.
- Fijarse en cómo se obtienen gráficamente el dominio y el recorrido de una función.

Orientaciones didácticas

FUNCIONES

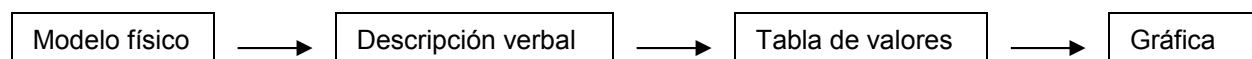
Para consolidar el concepto de función puede proponerse a los alumnos y alumnas que recopilen artículos donde se muestren funciones expresadas en lenguaje verbal, tablas de valores, gráficas o expresiones algebraicas. De esta manera observarán que el estudio de funciones es una cosa habitual en la vida cotidiana y, por tanto, estarán más motivados para abordar su estudio. Con esta práctica pueden trabajarse, además, diferentes enseñanzas transversales que se extraigan de los artículos encontrados.

También puede proponerse a los alumnos que opinen sobre cuál es la manera más conveniente de expresar una función en diferentes situaciones (expresar tarifas, elaborar balances anuales en una empresa...) y por qué. De esta forma observarán la necesidad de expresar las funciones de diferentes maneras.

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

El lenguaje gráfico constituye un elemento de gran valía en la transmisión de información en el mundo actual. De ahí la importancia de que el alumno/ a sea capaz no sólo de utilizar este lenguaje para transmitir una información, sino también de interpretar las múltiples informaciones que recibe a través de él.

En este sentido, las gráficas características pueden considerarse como una forma de representar la dependencia entre dos variables. El profesor/a puede utilizar el siguiente esquema para introducir dicho concepto.



A modo de ejemplo, el profesor/a puede presentar a los alumnos un fenómeno cinemática, como puede ser el movimiento en un plano inclinado, y guiarlos desde la percepción intuitiva del fenómeno físico hasta la representación gráfica del fenómeno y la máxima abstracción que proporciona la ecuación de movimiento.

Antes de proceder a la realización de gráficas cartesianas, conviene detectar los posibles errores que pueden cometer los alumnos en la representación de puntos en coordenadas cartesianas.

También nos encontramos con la idea que tienen muchos alumnos de que la gráfica es un dibujo que une determinados puntos. Este error procede del hecho de construir gráficas a partir de tablas de valores, lo que puede favorecer que el alumno/a no alcance la idea de continuidad, es decir, la interpretación de una gráfica como la representación de una función en la que cada punto determina un par de valores, uno de cada variable.

El profesor/a debe, pues, incidir en este punto. Una actividad interesante en este sentido puede ser que, dada una gráfica determinada, obtengan diferentes tablas de valores.

UNIDAD 9: Funciones de proporcionalidad directa e inversa

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Identificar funciones lineales, afines y constantes a partir de su gráfica, interpretando el significado de la pendiente y de la ordenada en el origen.
Reconocer y trazar gráficas correspondientes a magnitudes directa e inversamente proporcionales.
Obtener la ecuación de una recta a partir de su gráfica, de dos puntos de paso o de un punto de paso y su pendiente.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

FUNCIONES REPRESENTADAS MEDIANTE RECTAS

Definir los conceptos de función de proporcionalidad directa o lineal, función afín y función constante.

- Leer las definiciones de función de proporcionalidad directa o lineal, función afín y función constante.
- Interpretar el significado de ordenada en el origen y pendiente.
- Obtener la expresión algebraica de funciones lineales, afines y constantes a partir de su expresión mediante una tabla o su gráfica.

FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Explicar el concepto de función de proporcionalidad inversa

- Leer la definición de función de proporcionalidad inversa e interpretar el significado de la constante de proporcionalidad.

Orientaciones didácticas

FUNCIONES REPRESENTADAS MEDIANTE RECTAS

Antes de abordar la definición de función de proporcionalidad directa, sería conveniente que el alumno/a adquiriese una cierta agilidad a la hora de identificar la presencia de la proporcionalidad directa en la vida cotidiana. Para ello pueden proponerse actividades como las siguientes:

- Dadas diversas relaciones entre dos magnitudes, identificar las relaciones de proporcionalidad directa.

- Exponer situaciones en las que se establezca una relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes.
- Relacionar la proporcionalidad directa con porcentajes, intereses o descuentos, repartos proporcionales...

Pueden proponerse casos concretos extraídos de las ciencias físicas junto a ejemplos de estudios económicos o de población:

- La relación que proporciona la Ley de Ohm entre la intensidad de corriente y la diferencia de potencial.
- La población en función de los índices de natalidad y mortalidad.

El alumnado ha de asociar las funciones lineales, afines y constantes con su tipo de gráfica y de expresión algebraica.

FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Antes de abordar la definición de función de proporcionalidad inversa, sería conveniente que el alumno/a identifique el uso de la proporcionalidad inversa en la vida cotidiana. Para ello pueden llevarse a cabo las siguientes actividades:

- Dadas diversas relaciones entre dos magnitudes, identificar las relaciones de proporcionalidad inversa.
- Exponer situaciones en las que se establezca una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes.

Sería conveniente trabajar el procedimiento para obtener la expresión algebraica de una función de proporcionalidad inversa en el caso de que la función esté expresada a partir de una tabla de valores o de su gráfica. Se puede observar que para obtener su expresión algebraica es suficiente con hallar el valor de la constante de proporcionalidad inversa, k , y que para ello se procede de la siguiente manera:

- Si la función está expresada a partir de una tabla de valores, el valor k es el producto de cualquier valor de la variable x con el valor de la variable y correspondiente: $k = x \cdot y$.
- Si la función viene expresada mediante su gráfica, el valor de k es el correspondiente a la imagen del valor $x = 1$ de la variable independiente.

UNIDAD 10: Estadística

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Comprender el significado de conceptos relacionados con la estadística: población, muestra, variable estadística...
Presentar de forma clara y ordenada datos y resultados de observaciones, experiencias y encuestas, mediante tablas o gráficos estadísticos.
Valorar el uso del lenguaje estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico.

Tiempo aproximado: 2 semanas.

Interdisciplinariedad: Lengua Castellana y Literatura; Ciencias Sociales; Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

CONCEPTOS GENERALES

Explicar los conceptos básicos de la estadística y sus relaciones.

- Examinar qué es la estadística, cuáles son los conceptos implicados y cómo determinarlos en cualquier estudio estadístico.
- Clasificar las variables estadísticas y observar cómo puede efectuarse una recogida de datos y cuándo es necesaria una toma de muestras.

TABLAS ESTADÍSTICAS

Ejemplificar la construcción de tablas estadísticas para variables discretas (cualitativas y cuantitativas) y continuas.

- Interpretar y confeccionar tablas estadísticas para variables cualitativas y cuantitativas discretas.
- Interpretar y confeccionar tablas estadísticas para variables cuantitativas continuas.

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Desarrollar la construcción de los diferentes tipos de gráficos estadísticos para variables discretas o continuas.

- Interpretar y elaborar diferentes gráficos estadísticos: diagrama de barras, diagrama de sectores, pictograma, histograma, polígono de frecuencias, ojiva, cartograma, gráfico evolutivo y gráfico comparativo.
- Conocer e interpretar las pirámides de población.

Orientaciones didácticas

CONCEPTOS GENERALES

Es conveniente que el profesor/a relacione los conceptos estadísticos que se trabajarán a lo largo de la unidad con los ya estudiados en los cursos anteriores. Puede pedir a los alumnos que observen que se trata de los mismos conceptos pero que van a ser estudiados con mayor profundidad.

Más que memorizar la definición de los diferentes conceptos estadísticos, deben entenderlos y saber identificarlos en cualquier estudio estadístico dado. Así, el alumno/a ha de poder señalar la población, la variable estadística estudiada, el tipo de ésta... de cualquier estudio estadístico.

Es muy importante que el alumnado vea la explicación de la estadística en la vida cotidiana. De este modo no lo considerará un hecho alejado de su entorno y estará más motivado para abordar su estudio. Para ello, los estudios estadísticos deben estar contextualizados en ámbitos cercanos al alumno/a.

Es preciso destacar la importancia de una elaboración clara y ordenada de cualquier trabajo estadístico, tanto por la profusión de datos como por la importancia de su clasificación. De esta manera se introduce también la necesidad de ordenarlos en tablas para poder llegar más fácilmente a conclusiones.

TABLAS ESTADÍSTICAS

Es importante que el profesor/a destaque la necesidad de utilizar tablas para ordenar y clasificar los datos estadísticos, así como la importancia que tiene identificar correctamente el tipo de variable estadística para construir la tabla adecuada.

La recogida y la organización de datos favorecen el compañerismo y la elaboración de trabajos en grupo. De esta manera, en este apartado y el siguiente el profesor/a puede trabajar la enseñanza transversal *Educación moral y cívica*.

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Después de llevar a cabo el estudio de los diferentes tipos de gráficos estadísticos, es conveniente que lo apliquen a la interpretación de informaciones que, bajo esta forma, aparecen en diferentes medios de comunicación.

Se puede pedir a los alumnos que consigan estadísticas y gráficos de periódicos, revistas... (en la sección de economía suelen aparecer con frecuencia) y organizar en clase pequeños grupos para que interpreten la información y extraigan conclusiones. También pueden utilizarse los gráficos ya recogidos, si se llevó a cabo esta actividad al iniciar el estudio de la unidad.

A continuación, un portavoz de cada grupo comunicará las conclusiones a los demás.

UNIDAD 11: Parámetros estadísticos

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Comprender el significado de los diferentes parámetros estadísticos: moda, media, mediana, recorrido, varianza...

Aplicar los algoritmos de cálculo de los diferentes parámetros estadísticos e interpretar de forma correcta los valores obtenidos.

Utilizar la calculadora para efectuar cálculos estadísticos.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

PARÁMETROS DE DISPERSIÓN

Explicar los principales parámetros de dispersión y ejemplificar su cálculo.

- Manipular los conceptos de recorrido, desviación media, varianza y desviación típica.
- Construir y asimilar el procedimiento de cálculo de los principales parámetros de dispersión.

Orientaciones didácticas

PARÁMETROS DE DISPERSIÓN

El profesor/a puede iniciar el estudio de los parámetros de dispersión insistiendo en el hecho de que la media aritmética no es suficiente para estudiar una distribución; ésta debe ser complementada con la desviación típica, que nos informa sobre la dispersión de los datos.

En este sentido pueden proponerse ejemplos sencillos como el siguiente:

Si una familia tiene dos coches y otra no tiene ninguno, la información de la media es que cada familia tiene un coche, lo cual no refleja la realidad. Hay que añadir otro parámetro que mida la dispersión de los datos, que en el primer caso (familia con dos coches y familia con ninguno) es muy grande, mientras que en el segundo es nula.

En el estudio de los parámetros estadísticos y su utilización en la interpretación de datos, el profesor/a puede proponer actividades como las siguientes:

- Organizar grupos de trabajo y preparar un estudio estadístico sobre alguna característica que interese conocer de la clase: opinión sobre las asignaturas del curso, relación de los alumnos con los padres... El estudio debe constar de los siguientes pasos: elaboración de la encuesta, tabulación de los datos; elaboración de gráficos, cálculo de parámetros estadísticos e interpretación de los resultados obtenidos y extracción de conclusiones.

Debe procurarse que las respuestas a las preguntas de la encuesta sean numéricas; en caso contrario, puede establecerse un baremo para cuantificarlas. Por ejemplo, si la pregunta es *Autoridad de los padres*, las posibles respuestas pueden ser 0-1-2-3-4 para indicar *ninguna, poca, normal, mucha y excesiva*.

- En la prensa aparecen frecuentemente estudios estadísticos (sondeos y encuestas, resultados de unas elecciones...). Pueden organizarse grupos de trabajo que recojan informaciones de este tipo para después comentarlas en clase. También podrían servir como base los estudios estadísticos buscados en la unidad anterior, si se efectuó esta actividad.

UNIDAD 12: Probabilidad

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Distinguir entre experimento aleatorio y experimento determinista.

Establecer el espacio muestral de un experimento aleatorio.

Reconocer los diferentes tipos de sucesos de un experimento aleatorio y calcular sus frecuencias absolutas y relativas y su probabilidad.

Utilizar el ordenador para simular experimentos aleatorios.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Tecnología Educación Plástica y Visual; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

CONCEPTOS PREVIOS

Presentar los experimentos aleatorios y los conceptos básicos de la probabilidad

- Distinguir los experimentos aleatorios de los deterministas.
- Identificar los sucesos elementales y el espacio muestral de un experimento aleatorio cualquiera.
- Reconocer los sucesos, los sucesos seguros y los sucesos imposibles.

CÁLCULOS PROBABILÍSTICOS

Mostrar el concepto de probabilidad y cómo calcularla mediante el concepto de equiprobabilidad, la regla de Laplace y los diagramas en árbol.

- Reflexionar sobre el significado de la palabra *probabilidad* y examinar el comportamiento de las frecuencias relativas de los sucesos elementales para llegar a su definición.
- Utilizar la regla de Laplace y los diagramas en árbol para el cálculo de probabilidades en experimentos simples y compuestos.

Orientaciones didácticas

CONCEPTOS PREVIOS

Desde el inicio de la unidad es conveniente que el profesor/a insista en que el azar está presente en el entorno cotidiano. Para ello, puede ser útil contextualizar los conceptos básicos de la probabilidad en situaciones de la vida real. Por ejemplo puede proponerse la siguiente actividad:

- Realizamos el experimento de observar el color del jersey de la primera compañera que salga de clase a la hora del patio. ¿Es un experimento aleatorio o determinista?

Puede ser útil que en pequeños grupos los alumnos hallen los resultados correspondientes a un experimento aleatorio cualquiera, ya que apreciarán con más facilidad su aleatoriedad si lo pueden observar en la realidad. Así, se llevarán a cabo actividades y juegos sencillos que sean factibles de realizar en el aula: cartas, lanzamiento de dados, bolas en urnas, ruletas...

Por ejemplo:

En el experimento aleatorio consistente en sacar una carta de la baraja española, halla los resultados correspondientes a los siguientes sucesos:

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------|
| a) Sacar una carta con un número par | c) Sacar oros |
| b) Sacar una figura | d) Sacar el as de picas |

Estas actividades les permitirán aproximarse de maneja natural a los conceptos de suceso elemental y de espacio muestral. Además, permitirá el trabajo de la enseñanza transversal Educación moral y cívica, si los alumnos respetan y valoran las opiniones de los demás miembros del grupo y de la clase.

Antes del estudio de las frecuencias absoluta y relativa de un suceso es conveniente que el alumno/a recuerde cómo expresar tantos por ciento de distintas formas. Los alumnos deben fijarse en que la suma de frecuencias absolutas coincide con el número de realizaciones.

CÁLCULOS PROBABILÍSTICOS

El profesor/a debe insistir en que la probabilidad mide el grado de certeza de que ocurra un suceso y en la correcta y precisa utilización del vocabulario referente a la probabilidad.

Algunos alumnos tienen problemas para diferenciar entre imposible e improbable. Para superar esta dificultad pueden proponerse actividades en las que deban distinguir entre situaciones imposibles y situaciones posibles aunque poco probables.

Es preciso que los alumnos entiendan de forma intuitiva la regla de Laplace y que en algunos casos calculen la probabilidad mediante la regla de Laplace y mediante la frecuencia relativa.

Por medio de distintos ejemplos han de observar que la suma de las probabilidades de todos los sucesos elementales de un experimento aleatorio es 1.

Es conveniente explicar que los pasos que deben seguirse para calcular la probabilidad de distintos sucesos de un experimento aleatorio en los que las realizaciones se repiten varias veces son:

- Elaborar un diagrama en árbol.
- Contar el número de resultados del espacio muestral.
- Aplicar la regla de Laplace para calcular la probabilidad.

Es necesario que reparen en que las pruebas repetidas de un mismo experimento aleatorio son independientes.

CUARTO DE ESO

UNIDAD 1: Números reales

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Expresar, en forma de intervalo, un segmento de la recta real y viceversa.
Reconocer, representar, ordenar y operar con números reales.
Utilizar aproximaciones decimales adecuadas a la precisión requerida, reconocer las cifras significativas de un número real y controlar la propagación del error en la resolución de problemas numéricos.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Tecnología; Ciencias de la Naturaleza; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

LAS APROXIMACIONES EN LOS NÚMEROS REALES

Desarrollar las diferentes formas de aproximar los números reales y enseñar cómo calcular el error cometido en cada caso.

- Reconocer los diferentes tipos de intervalos.

- Distinguir las aproximaciones de números reales, determinar su orden de aproximación, efectuarlas por truncamiento y por redondeo, y aprender a calcular el error cometido, o bien, una cota del error absoluto.

Orientaciones didácticas

LAS APROXIMACIONES EN LOS NÚMEROS REALES

Antes de abordar el estudio de las aproximaciones de números reales, deberían plantearse actividades en las que la gran cantidad de cifras decimales haga prácticamente imposibles los cálculos. Una vez convencidos de la necesidad de manejar aproximaciones decimales, pueden plantearse actividades del siguiente tipo:

- Dar diferentes aproximaciones de un número y decir cuál es la más imprecisa.
- Aproximar por exceso y por defecto un número y escoger la mejor aproximación.
- Redondear números hasta un orden determinado.

La realización de mediciones con instrumentos de distinto tipo, acompañada de una reflexión sobre el error cometido y su relevancia para el problema o situación en que se inserta, puede resultar de gran interés.

Sería conveniente que pudieran manejar instrumentos de precisión, como cronómetros, pies de rey... Ello brinda la oportunidad de realizar actividades en grupo e incluso plantear actividades conjuntas con otras áreas, como *Tecnología* o *Ciencias de la Naturaleza*.

UNIDAD 2: Potenciación y radicación

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Expresar un radical en forma de potencia, cuya base es un número real y su exponente, un número racional.
Operar con potencias, cuya base es un número real y el exponente, un número racional, y también con radicales.
Operar con logaritmos decimales y conocer sus propiedades.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Tecnología.

Recorrido de la unidad

POTENCIAS DE BASE REAL

Introducir las potencias de base real y de exponente natural o entero, y también sus propiedades.

- Recordar las características y las propiedades de las potencias de base racional y exponente natural o entero.
- Reconocer las potencias de base real y exponente natural o entero, saber cómo calcularlas y aprender a operar con ellas.

RADICALES

Presentar las raíces enésimas de los números reales, ejemplificar las operaciones con radicales cuadráticos y aprovechar todo este trabajo para definir las potencias de base real y exponente racional.

- Examinar las raíces enésimas, su signo y las operaciones con ellas.
- Identificar el procedimiento para extraer e introducir factores en un radical cuadrático.
- Examinar las potencias de base real y exponente racional, sus propiedades y cómo operar con ellas.
- Observar cómo se racionaliza el denominador de una fracción cualquiera.

LOGARITMOS

Presentar el concepto de logaritmo y sus propiedades

- Entender la relación entre la potencia de base 10 y el logaritmo decimal a partir de varios ejemplos.
- Observar las propiedades de los logaritmos y su aplicación.

Orientaciones didácticas

POTENCIAS DE BASE REAL

- Al comienzo de la unidad es preciso llevar a cabo un repaso de las potencias de exponente natural. Para hacerlo, pueden presentarse situaciones propias de las ciencias físicas, en las que las potencias se usan para determinar magnitudes, expresar leyes, etc.

- Así, podrían mostrarse ejemplos como los siguientes:

- La ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
- La ley de la gravitación universal: $F = G \cdot \frac{m \cdot m'}{d^2}$
- La potencia consumida en una resistencia eléctrica: $P = R \cdot I^2$

Algunas de estas expresiones permiten introducir las potencias de exponente entero; por ejemplo:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m'}{d^2} \quad \Leftrightarrow \quad F = G \cdot m \cdot m' \cdot d^{-2}$$

RADICALES

Se opta por introducir la radicación como una operación inversa de la potenciación. Así, pueden plantearse cuestiones como la siguiente:

- Si la potencia disipada en una resistencia de 1Ω es de 4 W, ¿qué intensidad recorre esta resistencia?

Las situaciones inspiradas en el mundo físico resultan, además, especialmente adecuadas para un tratamiento didáctico interdisciplinario, debido a sus múltiples conexiones con otras áreas de conocimiento. Ejemplos como el anterior pueden utilizarse para que el alumno/a asuma una visión contextualizada de la radicación que lo conduzca de manera natural a expresiones del tipo $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$.

El trabajo con la **calculadora** permite que se experimenten los nuevos conocimientos en el cálculo de radicales. Sin embargo, los fenómenos de propagación del error pueden producir resultados erróneos. Por lo tanto, es importante que el alumno/a tome conciencia de la importancia de dominar con fluidez las operaciones con radicales para obtener resultados fiables, introduciendo la calculadora sólo en el paso final del cálculo.

Para la comprobación de este fenómeno, puede proponerse a los alumnos que efectúen operaciones de dos maneras diferentes: que apliquen con la calculadora las propiedades de los radicales y que relacionen los resultados obtenidos. Por ejemplo:

- Efectúa la siguiente operación con tu calculadora aplicando las propiedades de los radicales y reflexiona sobre los resultados obtenidos.

Calculadora: $(\sqrt{2})^2 \Rightarrow$

Propiedades: $(\sqrt{2})^2 = \dots$

LOGARITMOS

Para que el alumno/a entienda la necesidad y utilidad de los logaritmos, puede darse como ejemplo la escala logarítmica de uso común de los decibelios. Así puede explicarse que el dB es una unidad de

relación de intensidad sonora. Deben relacionarse las propiedades de los logaritmos con las del sonido medido en decibelios; por ejemplo, una reducción de 3 dB corresponde a una reducción de la mitad de la intensidad sonora; una variación de 10 dB expresa una variación de intensidad sonora de 1 a 10. Por tanto, un avión que produce un ruido de 120 dB es diez veces más ruidoso que un avión cuyo ruido alcanza 110 dB. Si se admite que el ruido más fino que puede percibir el oído es igual a 0 db, el límite del dolor auditivo se sitúa a unos 140 dB. A 1000 Hz, este límite se alcanza con una intensidad de 1 014 (100 billones de veces más elevada que el límite de audición). Pueden justificarse estos comentarios con las fórmulas correspondientes.

UNIDAD 3: Polinomios y fracciones algebraicas

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Conocer el concepto de polinomio y las diversas operaciones con polinomios.
Hallar los múltiplos y los divisores de un polinomio dado. Calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos o más polinomios.
Conocer el concepto de fracción algebraica y efectuar operaciones con fracciones algebraicas.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Tecnología; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Presentar los elementos de un polinomio y las operaciones con polinomios.

- Observar las definiciones básicas relativas a un polinomio y sus elementos.
- Seguir los procedimientos para realizar la suma, la resta, la multiplicación y la división de polinomios, y aplicarlos correctamente.
- Seguir la regla de Ruffini para la división de polinomios, y aplicarla correctamente en los casos apropiados.

DIVISIBILIDAD DE POLINOMIOS

Presentar los conceptos de múltiplo y divisor de un polinomio y el teorema del resto, así como los diferentes métodos para factorizar un polinomio.

- Observar las definiciones de múltiplo y divisor de un polinomio.
- Reflexionar sobre el teorema del resto y sus aplicaciones.
- Leer las definiciones de polinomio irreducible, m.c.d. y m.c.m. de dos o más polinomios.

FRACCIONES ALGEBRAICAS

Presentar las fracciones algebraicas y las operaciones entre fracciones algebraicas.

- Observar las definiciones de fracción algebraica y equivalencia de fracciones.
- Seguir la simplificación de una fracción algebraica en los ejemplos, y aplicarla en las actividades.
- Seguir los procedimientos para realizar la suma, la resta, la multiplicación y la división de fracciones algebraicas, y aplicarlos correctamente.

Orientaciones didácticas

OPERACIONES CON POLINOMIOS

La utilización y manipulación de símbolos, imprescindibles para el trabajo con polinomios, son dificultades con las que se encuentra gran parte del alumnado. Por ello, es necesario facilitar la asimilación del lenguaje algebraico: puede cambiarse, en ocasiones, la letra de la indeterminada para que no siempre sea x ; también puede introducirse el concepto de polinomio utilizando ejemplos físicos, como las fórmulas del movimiento con velocidad constante ($x = v \cdot t$) o las de caída libre de un cuerpo:

$$(x = \frac{1}{2} g t^2)$$

Debe insistirse en la denominación de los diversos elementos de un polinomio (coeficientes, términos...) para que las referencias a polinomios o a algunos de sus elementos puedan realizarse de forma rápida y sencilla.

Antes de introducir las diversas operaciones con polinomios, deben recordarse las propiedades de las operaciones con números racionales y, en caso necesario, listarlas de nuevo.

Al introducir la regla de Ruffini para la división de polinomios, debe subrayarse el hecho de que el divisor debe ser un polinomio cuya expresión sea del tipo $x - a$. Para ello pueden efectuarse ejercicios preparatorios, antes de explicar la regla, en la que el alumno/a, una vez reconocida una división que pueda realizarse mediante la regla de Ruffini, debe detectar la a del dividendo.

DIVISIBILIDAD DE POLINOMIOS

Debe insistirse en los conceptos numéricos de múltiplo y divisor, antes de definir los conceptos de múltiplo y divisor entre polinomios, que se introducirán comparándolos con los anteriores. Cabe remarcar que, si bien es más complejo establecer cuándo un polinomio es múltiplo/divisor de otro, el concepto es igual de sencillo que en el caso numérico. Esto permitirá una comprensión más rápida del teorema del resto, y su aplicación para establecer la divisibilidad de un polinomio por otro del tipo $x - a$ a partir del valor numérico del primero para un determinado valor de x .

FRACCIONES ALGEBRAICAS

También en este apartado tienen que subrayarse los paralelismos entre los conceptos numéricos y los conceptos algebraicos. Para ello puede elaborarse una tabla que incluya las equivalencias de estos conceptos:

Fracción numérica

Definición: $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$

Equivalencia: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$

Multiplicación: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

etc.

Fracción algebraica

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ con $Q(x) \neq 0$

$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{R(x)}{S(x)} \iff P(x) \cdot S(x) = Q(x) \cdot R(x)$

$\frac{P(x)}{Q(x)} \cdot \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x) \cdot R(x)}{Q(x) \cdot S(x)}$

UNIDAD 4: Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Consolidar los procedimientos de resolución de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, de primer grado con dos incógnitas, de segundo grado con una incógnita y de los sistemas de primer grado con dos incógnitas.

Ampliar el estudio de ecuaciones y sistemas de ecuaciones con las ecuaciones bicuadradas, las irracionales y los sistemas no lineales.

Tiempo aproximado: 3 semanas.

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Física y Química; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Recordar el concepto de ecuación de segundo grado y la fórmula de resolución y mostrar las ecuaciones que pueden reducirse a una de segundo grado.

- Seguir los ejemplos de resolución de una ecuación de segundo grado.
- Analizar la resolución de ecuaciones bicuadradas e irracionales.

SISTEMAS DE ECUACIONES

Revisar el concepto de sistema de ecuaciones y los diversos sistemas de solución.

- Examinar el ejemplo de resolución gráfica de un sistema de ecuaciones.
- Reconocer los diversos sistemas algebraicos de resolución y aplicarlos correctamente.
- Examinar la resolución de un sistema no lineal y aplicarla en las actividades.

Orientaciones didácticas

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

La resolución de una ecuación de segundo grado debe afrontarse de una manera más mecánica que la de primer grado, dado que la explicación de la fórmula que la resuelve se aleja de los objetivos básicos de este apartado. Por ello debe insistirse en la memorización de la fórmula y en la correcta interpretación de sus elementos. En cambio, debe impulsarse la reflexión sobre las soluciones que ofrece dicha fórmula, así como la práctica de la comprobación de las soluciones, para evitar los errores de cálculo.

Esto último permitirá observar que las soluciones de ecuaciones bicuadradas y de ecuaciones irracionales no provienen siempre de todas las soluciones de las ecuaciones de segundo grado asociadas (ya que las raíces y los cuadrados que aparecen no permiten las soluciones de signo negativo). En este tipo de ecuaciones, debe insistirse en el número máximo y mínimo de soluciones posibles en cada caso.

SISTEMAS DE ECUACIONES

Debe subrayarse que la solución de un sistema de ecuaciones debe estar formada por un par de números, uno correspondiente a la x y el otro a la y , y no por uno como en el caso de las ecuaciones con una incógnita. Para ello pueden proponerse ejercicios del tipo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 2y = 1 \\ 2x + 6y = 2 \end{array} \right\} \text{¿Es } x = 1 \text{ una solución de este sistema?}$$

En cuanto a la cuestión técnica de la resolución con los diversos métodos, una vez que el alumno/a haya entendido los diferentes pasos y sepa distinguir los métodos, es recomendable insistir en la mecanización de éstos para consolidar el procedimiento. Ello se conseguirá con la realización de muchas actividades.

UNIDAD 5: Inecuaciones. Sistemas de inecuaciones

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Expresar en lenguaje algebraico diferentes situaciones en las que intervienen relaciones de desigualdad.

Resolver inecuaciones y sistemas de inecuaciones, e interpretar geométricamente la solución.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Tecnología; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

INECUACIONES

Presentar el concepto de inecuación y explicar el procedimiento para resolver las inecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas, y las de segundo grado con una incógnita.

- Seguir el procedimiento para la resolución de las inecuaciones estudiadas.

SISTEMAS DE INECUACIONES

Introducir el concepto de sistema de inecuaciones y el procedimiento para resolver sistemas de primer grado con una y dos incógnitas.

- Leer el procedimiento para la resolución de los tipos de sistemas de inecuaciones dados.

Orientaciones didácticas

INECUACIONES

Los símbolos algebraicos no son sólo representaciones formales, sino que son receptores de significado. Para fomentar el uso del lenguaje algebraico, el profesor/a puede introducir elementos de debate en clase como discusiones sobre situaciones problemáticas que, si están contextualizadas, suelen motivar a los alumnos.

El profesor/a tendría que tratar de crear en clase un lenguaje común, usando significados próximos al entorno social y cultural del alumno/a, para conseguir, a partir de éstos, un acercamiento progresivo y comprensivo de la simbología y los formalismos algebraicos.

Antes de abordar la resolución de inecuaciones, es preciso que los alumnos representen sobre la recta real diferentes intervalos no acotados, pues estos tipos de intervalos se introducen por primera vez en esta unidad.

Pueden identificarse ciertas dificultades de comprensión inherentes a las inecuaciones, y que tienen su origen en una interpretación abusiva del álgebra como aritmética generalizada. En este sentido, es usual que los alumnos perciban que el objetivo de resolver un problema es la obtención de una respuesta única y determinada. De este modo, son notables las dificultades para aceptar que los infinitos valores contenidos en un intervalo de recta sean una solución bien construida. Este tipo de errores están fuertemente interiorizados en los alumnos y la corrección puntual por parte del profesor/a no es, en muchos casos, suficiente.

Algunas actividades que suelen ser útiles en la superación de estos errores son la comprobación sistemática de las soluciones de los problemas, la localización de los errores en ejercicios ficticios propuestos por el profesor/a o la discusión en clase sobre los problemas en los que la interpretación de su solución sea más conflictiva.

Tal y como hemos comentado en las orientaciones anteriores, la discusión en clase es especialmente eficaz, ya que permite a los alumnos superar sus contradicciones mediante la interacción con el resto de compañeros y compañeras.

SISTEMAS DE INECUACIONES

Para facilitar una mayor comprensión del concepto de sistema de inecuaciones, el profesor/a puede proponer a los alumnos actividades como éstas:

- Obtén un sistema de dos inecuaciones de primer grado con una incógnita cuyo intervalo solución sea $[-10, +\infty)$. ¿Cómo son las inecuaciones que integran el sistema?

- ¿Puede tener una inequación de primer grado con dos incógnitas como soluciones los puntos del primer cuadrante de un sistema de coordenadas?

UNIDAD 6: Geometría plana

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

Conocer las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

Establecer las relaciones entre las razones trigonométricas de un mismo ángulo o de ángulos diferentes.

Resolver problemas en los que sean necesarios los cálculos con razones trigonométricas o con vectores.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Tecnología; Educación Plástica y Visual; Ciencias de la Naturaleza; Física y Química; Ciencias Sociales; Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

TRIGONOMETRÍA

Presentar las razones trigonométricas de un ángulo agudo y de un ángulo cualquiera, así como la circunferencia goniométrica y sus propiedades y aplicaciones.

- Observar las definiciones de seno, coseno y tangente de un ángulo agudo y saberlas aplicar. Deducir a partir de éstas las razones trigonométricas inversas.

- Conocer las dos unidades de ángulos y su conversión, así como la forma que utiliza la calculadora para representar ángulos.

- Conocer el concepto de resolución de un triángulo y aplicarlo con la ayuda de las razones trigonométricas, siguiendo los ejemplos establecidos para ello.

- Examinar las definiciones de las razones trigonométricas de cualquier ángulo y de circunferencia goniométrica.

- Observar las propiedades y relaciones de las razones trigonométricas y su aplicación a la manipulación angular.

VECTORES

Definir los conceptos de vector fijo y vector libre, presentar las operaciones con vectores y el concepto de combinación lineal de vectores. Finalmente, definir las coordenadas de un punto en el plano.

- Analizar los elementos de un vector fijo y sus diferencias con un vector libre.

- Observar las diferentes operaciones que pueden hacerse con vectores libres y aplicarlas correctamente.

- Operar correctamente diversos vectores utilizando sus componentes.

- Examinar el concepto de sistema de referencia y deducir de éste las coordenadas de un punto.

Orientaciones didácticas

TRIGONOMETRÍA

Debe insistirse, en la definición de las razones trigonométricas, que éstas no dependen del triángulo rectángulo en cuestión. Para ello, sería conveniente realizar algún ejercicio práctico para comprobar que en dos triángulos semejantes los valores del seno y el coseno del mismo ángulo son exactamente iguales.

También deberían indicarse desde el principio algunas propiedades sencillas e intuitivas, que sólo requieren, como mucho, conocer el teorema de Pitágoras.

- El seno y el coseno son valores entre 0 y 1.
- Las razones trigonométricas sólo son números y no tienen una magnitud asociada. Por lo tanto, nunca deben acompañarse de unidades de medida.

Si en el cálculo de las razones trigonométricas aparecen raíces, conviene recordar que éstas deben conservarse y, como mucho, puede calcularse una aproximación después de simplificar al máximo la expresión con raíces. Esto es especialmente importante en los problemas, porque la simplificación puede llevar a errores. En cualquier caso, si se lleva a cabo la aproximación, debe darse un número mínimo de cifras significativas.

El estudio de la trigonometría, por su carácter eminentemente gráfico, debe seguirse con herramientas informáticas potentes, que completen y/o amplíen los conceptos explicados. En este sentido se pueden utilizar programas para construir las razones trigonométricas, otros programas para introducir funciones trigonométricas y, finalmente, programas para manipularlas.

VECTORES

Debe insistirse en la diferencia entre vectores fijos y vectores libres y en el concepto básico de coordenadas de un punto en un sistema de referencia determinado. La aridez algebraica del tema debería suavizarse utilizando algunas simulaciones por ordenador para la definición y las operaciones con vectores.

UNIDAD 7: Cónicas

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Comprender el concepto de lugar geométrico
Hallar algunos lugares geométricos y reconocer las diferentes cónicas como lugares geométricos.
Determinar los elementos de cada una de las cónicas y representarlos gráficamente.
Hallar la ecuación reducida de las diferentes cónicas.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Educación Plástica y Visual; Tecnología; Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia.

Recorrido de la unidad

LUGAR GEOMÉTRICO

Presentar el concepto de lugar geométrico y la mediatriz y la bisectriz como ejemplos de este concepto.

- Recordar las definiciones de mediatriz y bisectriz de un segmento.
- Reconocer el concepto de lugar geométrico en las definiciones anteriores.

CÓNICAS

Presentar las distancias cónicas, sus elementos principales y sus propiedades.

- Observar la definición y la representación de las diferentes cónicas y ser capaz de construirlas.
- Reconocer los elementos básicos de cada cónica y ser capaz de calcularlos.

Orientaciones didácticas

LUGAR GEOMÉTRICO

Es recomendable recordar, en primer lugar, las definiciones de mediatriz y bisectriz; así como la forma práctica de obtenerlas gráficamente. Después de obtener algunas mediatrices y bisectrices será mucho más sencillo introducir el concepto de lugar geométrico, observando sobre las representaciones realizadas la propiedad concreta de los puntos de cada una de las rectas: en la mediatriz, la equidistancia a sus extremos y en la bisectriz la equidistancia de los lados de los ángulos.

CÓNICAS

Antes de iniciar el estudio de cada cónica, el alumno/a podría representar un ejemplo de cada una de ellas, siguiendo las indicaciones de construcción. Puede optarse por representar un modelo de la forma que se debe obtener, para facilitar la tarea del alumnado. También pueden darse ejemplos prácticos de este tipo de figuras:

- Mostrando la bóveda elipsoidal de ciertos recintos para una elipse.
- Mostrando la imagen de una lente hiperbólica en un telescopio de reflexión para la hipérbola.

Sobre estos dibujos, pueden ir señalándose los diversos elementos y medidas necesarios para el estudio de estas figuras.

UNIDAD 8: Funciones de primer y segundo grado

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Comprender el concepto de función y sus características.
Distinguir y representar gráficamente funciones de primer y segundo grado.
Determinar los elementos de la parábola.
Resolver gráficamente inecuaciones de segundo grado y sistemas de ecuaciones lineales.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Tecnología; Educación Plástica y Visual; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Ciencias de la Naturaleza.

Recorrido de la unidad

CONCEPTO DE FUNCIÓN

Presentar el concepto de función, así como las principales características que deben estudiarse en una función.

- Recordar el concepto de función y su representación gráfica.
- Leer las características que deben estudiarse en cualquier función.
- Examinar los ejemplos de funciones y reflexionar sobre sus características.

FUNCIÓN DE PRIMER GRADO

Presentar la función de primer grado, sus diferentes tipos, y la ecuación de la recta que la representa.

- Entender las diferencias entre la función lineal y la función afín.
- Relacionar el concepto de pendiente de una recta con el concepto de tangente de un ángulo.
- Examinar mediante los ejemplos las distintas maneras de obtención de una recta.

FUNCIÓN DE SEGUNDO GRADO

Presentar la función de segundo grado, así como los elementos de representación de la parábola. Aplicar estos conceptos en la resolución de inecuaciones de segundo grado y sistemas no lineales.

- Relacionar la ecuación de una función cuadrática con su representación gráfica, la parábola.
- Analizar los elementos básicos de los diferentes tipos de parábolas y hallarlos a partir de su ecuación.
- Resolver gráficamente inecuaciones de segundo grado y sistemas no lineales.

Orientaciones didácticas

CONCEPTO DE FUNCIÓN

Siendo el concepto de función uno de los conceptos esenciales de la matemática moderna, debe tratarse muy detenidamente su definición y dar muchos ejemplos que ilustren el concepto, así como sus características principales. Para ello es muy útil trabajar con diagramas de Venn para ilustrar qué tipos de relaciones pueden considerarse una función y cuáles no. Los ejemplos pueden ser variados, tanto numéricos como prácticos (relaciones entre dos magnitudes, cálculo de intereses, o cualquier otra relación que pueda extraerse de una gráfica o tabla de valores).

Debería recordarse cómo se realiza la representación en el plano de un par ordenado, antes de introducir la representación de una función. A continuación, introducir, intuitivamente, y sin citarlo, el concepto de continuidad de los puntos de una gráfica. Finalmente, debe recordarse cómo se halla un punto de la gráfica de una función continua. En este momento, el alumno/a debería entender las características que pueden estudiarse en cualquier función, siempre a partir de un ejemplo gráfico.

FUNCIÓN DE PRIMER GRADO

Después de trabajar las funciones lineales, puede hacerse una serie de actividades para que el alumno/a consiga relacionar rápidamente las características algebraicas con las gráficas de una función. Es deseable que las preguntas se dirijan a la intuición de los estudiantes y no se centren en el cálculo preciso, como:

- Dada la gráfica de una función de primer grado, indicar los puntos de corte.
- Decir si la pendiente de una función es positiva o negativa. Ordenar varias funciones según su pendiente.
- Calcular la pendiente y el término independiente, así como los puntos de corte (esto último únicamente en la gráfica).

FUNCIÓN DE SEGUNDO GRADO

Deben repasarse las ecuaciones de segundo grado y sus soluciones antes de empezar el apartado, posteriormente, se relacionarán éstas con la representación de la función.

Para comprobar que los conceptos estudiados se han aprendido correctamente, pueden realizarse actividades sencillas, que no requieran ningún cálculo o bien que éste sea mental y aproximado, por ejemplo:

- Dada una parábola, indicar diversos puntos que pertenezcan a esta función, el vértice y los puntos de corte.
- Ordenar diversas funciones según los coeficientes de sus términos.
- Escribir una ecuación de segundo grado cuyos ceros sean los cortes con el eje X de una parábola.

Sería conveniente utilizar un programa informático sencillo para representar rectas y parábolas, a fin de que el alumno/a se familiarice con ellos. En principio, cualquier hoja de cálculo nos permitirá hacerlo de forma sencilla y eficiente, reproduciendo los pasos que se dan en el texto: la construcción de la tabla y posteriormente de la gráfica.

UNIDAD 9: Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Distinguir y representar gráficamente las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

Comprender el concepto de función inversa y relacionarlo con las funciones exponenciales y logarítmicas.

Resolver ecuaciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Música; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

FUNCIONES EXPONENCIALES

Presentar las funciones exponenciales y su representación gráfica a partir de ejemplos prácticos, y mostrar cómo se resuelven ecuaciones y sistemas de ecuaciones exponenciales.

- Observar la forma de la gráfica de la función exponencial y hallarla en casos concretos.
- Observar la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones exponenciales, y aplicarla en las actividades.

FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Presentar las funciones logarítmicas y su representación gráfica a partir de ejemplos prácticos, y mostrar cómo se resuelven ecuaciones y sistemas de ecuaciones exponenciales.

- Observar la forma de la gráfica de la función logarítmica y hallarla en casos concretos.
- Observar la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones logarítmicas, y aplicarla en las actividades.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Introducir las funciones trigonométricas a partir de las razones trigonométricas de un ángulo, y presentar su representación gráfica.

- Reconocer las funciones trigonométricas a partir de sus razones.
- Llevar a cabo su representación gráfica y observar sus propiedades.
- Observar la resolución de ecuaciones trigonométricas, y aplicarla en las actividades.

Orientaciones didácticas

FUNCIONES EXPONENCIALES

En este apartado se pueden introducir aspectos relacionados con la Educación para la paz y la salud, por ejemplo, explicando que la descomposición de los materiales radiactivos sigue una ley de decrecimiento exponencial, es decir, que la descomposición de estos materiales sigue una función exponencial. Normalmente, los datos de esta ley suelen dar el tiempo que cada elemento radiactivo tarda en perder la mitad de su radiactividad (semivida). En la tabla siguiente se presentan algunos de estos datos.

Elemento	Uranio 238	Torio 234	Radio 226	Polonio 214
Semivida	4, 51 x 10 ⁹ años	24,1 días	1620 años	1, 64 x 10 ⁻⁴ segundos

FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Las funciones logarítmicas permiten también introducir aspectos relacionados con la Educación para la salud y con la Educación cívica; puede estudiarse el caso de la intensidad sonora, medida en decibelios, que es una medida logarítmica. Las autoridades públicas en todo el mundo utilizan la denominada escala dB(A), o decibelios (A), para cuantificar las medidas de sonido. Una escala intuitiva es la siguiente:

Nivel de sonido	Umbral de audibilidad	Susurro	Conversación	Tráfico urbano	Concierto de rock	Avión de reacción a 10 m. de distancia
dB (A)	0	30	60	90	120	150

Debe explicarse que al ser una escala logarítmica, cada 3 dB, aproximadamente, se dobla el ruido; por ejemplo, al pasar de 40 dB a 43 dB, el nivel de sonido es el doble. De esta manera, pueden hacerse estudios sobre el ruido (de locales, de leyes contra el ruido, etc.) y los trastornos que provocan, utilizando los medios de comunicación para hallar los datos, y discutir sobre los límites máximos (en dB) que deberían permitirse.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Es muy importante que el alumno/a pueda visualizar cómo se construyen estas funciones a partir de la definición de las razones trigonométricas. Para ello, se podría representar el ángulo en la circunferencia goniométrica, hallar la razón trigonométrica necesaria y llevar a cabo su representación gráfica (ángulo en radianes).

UNIDAD 10: Estadística unidimensional y bidimensional

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Distinguir entre variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas.
Analizar los datos recogidos de un estudio estadístico e interpretarlos.
Aplicar el concepto de correlación entre dos variables estadísticas.
Efectuar predicciones sobre variables estadísticas bidimensionales correlacionadas e interpretar su validez.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

Recordar los conceptos básicos de la estadística, así como la forma de elaborar tablas y gráficos estadísticos y proporcionar elementos esenciales para el análisis de datos.

- Observar los distintos elementos que definen un estudio estadístico.
- Recordar los elementos constitutivos de una tabla estadística y su construcción.
- Distinguir los distintos tipos de variables estadísticas.
- Comprender y elaborar gráficos estadísticos a partir de las tablas y aplicarlos en las actividades,
- Recordar los distintos parámetros de centralización y de dispersión, y valorar su importancia para analizar los datos de una muestra.

ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL

Presentar los conceptos básicos de la estadística bidimensional, las tablas y gráficos que le son propios, y dar elementos para el análisis de datos, especialmente la correlación y la regresión lineal.

- Observar los conceptos básicos de la estadística bidimensional.
- Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, correspondientes a distribuciones discretas y continuas, con ayuda de la calculadora.
- Comprender el concepto de correlación y aplicarlo a las actividades.

- Comprender el procedimiento de construcción de una regresión lineal y aplicarlo correctamente.

Orientaciones didácticas

ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

Al ser la Estadística la disciplina matemática más extendida en la vida cotidiana, es muy conveniente mostrar ejemplos y utilidades prácticas de ésta. Además, como objetivo para las enseñanzas transversales, Educación Moral y Cívica y Educación del Consumidor, debe potenciarse una mirada crítica sobre toda la información presentada de forma estadística (o que así lo pretende) que cada vez más envuelve a nuestra sociedad; así pues, pueden buscarse estadísticas en los medios de comunicación y analizar sus elementos (tablas, gráficos, parámetros que se puedan mostrar y, especialmente, conclusiones). Para ello, deben analizarse cuestiones como las dimensiones de las gráficas, la aparición de todos los datos relevantes en las tablas o la ocultación de algunos parámetros, y dedicar especial atención al estudio de las conclusiones. Finalmente, puede analizarse la conveniencia o no de ciertas estadísticas, por la poca información que aportan, o bien, por su nula capacidad de predicción.

ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL

Como en el caso de la estadística unidimensional, uno de los principales obstáculos con que puede encontrarse el alumnado al trabajar la estadística bidimensional no es conceptual, sino práctico: la manipulación y el tratamiento de listados de datos bidimensionales pueden resultar, además de tediosos, una fuente de errores. Por ello, hay que insistir en que debe prestarse mucha atención en el tratamiento de los datos y su plasmación en tablas.

También debe insistirse, en el apartado de análisis de datos, en la problemática de la interpretación de los datos, una vez realizado el estudio descriptivo; excepto en los casos en que las gráficas y los parámetros permiten ofrecer conclusiones taxativas, en la mayoría de los estudios, las variables acostumbra a tener relaciones complejas que no pueden ser reducidas a afirmaciones sin matices. Para subrayar este hecho, pueden tomarse como ejemplos el diagrama de dispersión y el coeficiente de Pearson, que sólo en casos extremos tienen una interpretación concluyente; en la mayoría de casos la interpretación debe ser muy matizada y, a veces, ante la imposibilidad de sacar conclusión alguna, puede que sea preciso realizar nuevos estudios (por otra parte, una conclusión muy habitual en los estudios estadísticos, hecho que debería remarcarse).

Tanto en este apartado como en el anterior, sería muy interesante, y casi imprescindible, presentar algún tipo de aplicación o programa para efectuar la serie de cálculos tediosos que supone el cálculo estadístico. Se puede utilizar las herramientas que ofrece cualquier hoja de cálculo (cálculo del coeficiente de correlación, recta de regresión, gráficos...). Puede proponerse realizar y presentar trabajos por grupos o con programas informáticos, en los que se estudiaran variables bidimensionales que puedan definirse en el grupo o en todo el instituto, como las siguientes:

- Horas de estudio semanales y resultados en las diferentes materias.
- Edad y altura (en todo el instituto)
- Número de hermanos y resultados en las diversas asignaturas.

UNIDAD 11: Técnicas para contar

OBJETIVOS DE LA UNIDAD
Utilizar el diagrama en árbol y el principio multiplicativo para recuentos gráficos de configuraciones.
Conocer las fórmulas combinatorias y saberlas aplicar en la resolución de problemas.
Diferenciar de manera razonada los distintos tipos de configuraciones.

Tiempo aproximado: 3 semanas

Interdisciplinariedad: Ciencias de la Naturaleza; Ciencias Sociales; Geografía e Historia; Música; Lengua Castellana y Literatura.

Recorrido de la unidad

Introducir los diferentes tipos de configuraciones más frecuentes usadas en problemas de contar.

- Diferenciar las características que definen los diferentes tipos de configuraciones mediante el uso de diagramas en árbol.
- Conocer los conceptos de número factorial y de número combinatorio.
- Conocer las diferentes fórmulas para el cálculo del número de configuraciones posibles.

Orientaciones didácticas

Una de las dificultades que puede encontrarse el alumno/a es la distinción de cada una de las configuraciones. Para ello, es preciso que reeefectúe inicialmente, mediante un ejemplo, un diagrama en árbol que permita diferenciar cada uno de los tipos de configuraciones estudiadas (variaciones ordinarias, variaciones con repetición, permutaciones ordinarias y combinaciones ordinarias).

La introducción de estos nuevos conceptos puede provocar en el alumno/a dificultades de comprensión. el profesor/a tendría que tratar de crear en la clase un lenguaje común, usando significados próximos al entorno social y cultural del alumno/a, para conseguir, a partir de éstos, una cercamiento progresivo y comprensivo a estos nuevos conceptos.

Finalmente, es necesario que el alumno/a conozca las fórmulas para cada tipo de configuración. Así, el profesor/a ha de insistir en el cálculo de estas fórmulas y, más tarde, en su comprobación mediante el razonamiento lógico utilizado en los diagramas en árbol. Esta comprobación permitirá recordar con mayor facilidad las fórmulas.